Matarraña

BOLETÍN DE MATEMÁTICAS DEL I.E.S. MATARRAÑA – Número 28 - ABRIL 2.011

NÚMEROS DE LYCHREL

Siempre intentamos traer a este boletín curiosidades que todo el mundo pueda entender y que despierten el interés del lector. En matemáticas muchas veces la utilidad de un concepto viene después de su nacimiento, tal vez este sea otro caso.

En esta portada proponemos al lector que comience eligiendo un número cualquiera, en principio de dos cifras, por no hacerlo muy tedioso. Nosotros elegimos el 28, ya que este el en boletín número 28. Ahora invierta el orden de las cifras y sume ambos números: 28 + 82 = 110. Repetimos el proceso: 110 + 011 = 121. Vaya, un capicúa tras la segunda repetición del proceso. ¿Cuántas iteraciones ha tenido que hacer usted para conseguir un capicúa? Vamos a intentarlo con el 196.
196 + 691 = 887; 887+788=1675;
1675+5761=7436; 7436+6347=13783;
13783+38731=52514... Parece que va para largo, lo dejamos de momento.

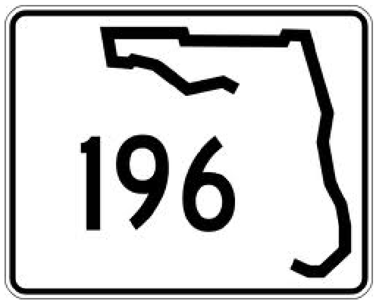
Se llaman **números de Lychrel** los números naturales, en base 10, que no llegan a dar un capicúa como resultado del proceso anterior. Su nombre de debe a *Wade VanLandingham*, y es una especie de anagrama de Cheryl, el nombre de su novia.

Wade VanLandingham

Los números de una cifra son todos de Lychrel. Los de dos cifras también, se llega a un capicúa en pocos pasos, aunque hay casos extraños como el 89, que necesita 24 iteraciones, para llegar a 8.813.200.023.188. Los ordenadores se han puesto en marcha para buscar números de este tipo. Uno de los que más iteraciones necesita es el 1186060307891929990, que tras 261 iteraciones alcanza un capicúa de más de 120 cifras. Actualmente no se ha encontrado ningún número de Lychrel, pero tampoco se ha demostrado que no existan. En particular, para el 196 mencionado antes, los cálculos aún no han dado con el capicúa que cierre el proceso.

John Walker comenzó esta búsqueda en 1987 con un programa creado por él. Después de 3 años de funcionamiento y 2415836 iteraciones el programa había llegado a un número de un millón de dígitos…sin encontrar un capicúa. Otras personas siguieron intentándolo llegándose a números de 300 millones de cifras sin alcanzar el capicúa. Por ello parece que 196 es el primer candidato a Número de Lychrel. Pero hay muchos más candidatos, algunos son estos: 295, 394, 689, 788, 790, 879, 1495, 1497, 1585... y, claro, sus "especulares" 592, 493, 986, 887, 978, ...

Según parece existe una demostración en internet de que 8899 es de Lychrel y una denominada *Conjetura de Sara*. En lugar de traerlas a nuestra portada, le proponemos al lector otro jueguecillo: coja un número de tres cifras, por ejemplo el 345, invierta el orden y reste el menor al mayor: 543 – 345 = 198. Invierta el orden y ahora sume: 198 + 891 = 1089. ¿Puede alguien darnos un número de tres cifras que tras estos dos pasos de resta y suma no acabe en 1089?



CRITERIO DE DIVISIBILIDAD DEL 7

En nuestras aulas se explican varios criterios de divisibilidad: un número es divisible entre dos si es par, entre tres si la suma de sus cifras lo es, entre cuatro si lo son sus dos últimas cifras, entre cinco si acaba en 0 ó 5, entre seis si lo es de dos y tres, entre ocho si lo son sus tres últimas cifras, entre nueve si lo es la suma de sus cifras... pero ¿qué ha pasado con el siete?, ¿no hay criterio, por malo que sea? Algunos salimos del paso diciendo que más vale hacer la división que aplicar los criterios existentes.

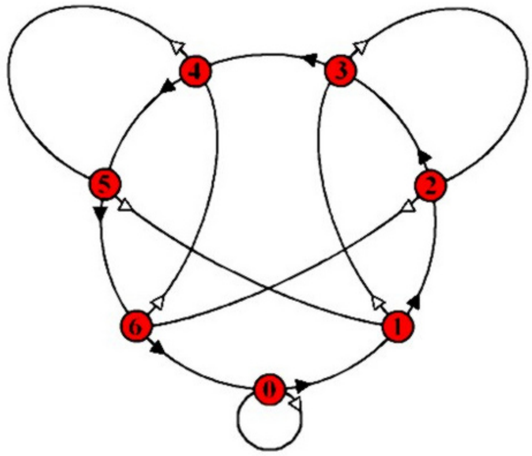
En este artículo se muestran varias reglas para determinar si un número natural es divisible entre 7. Esta es la primera: se separa la cifra de las unidades y se multiplica por dos. Esta cantidad se resta de lo que quedó del número (sin la cifra de las unidades). Si se obtiene un múltiplo de 7, el número inicial también lo era. Si esa diferencia no lo es, el inicial tampoco.

Si el número obtenido tras la resta es demasiado grande y no sabemos si es múltiplo de 7 o no, se repite el proceso.

Pongamos un ejemplo: 623. Consideramos 3·2=6, y ahora 62-6=56, que es 8·7, luego 623 es múltiplo de 7. En cambio 1755 no lo es, porque 175-10=165 y 16-10=6, que no lo es. Para números grandes hay que repetir el proceso, por ejemplo: 3976, primero se calcula 397 – 12 =385, ahora se repite la operación para 385: 38-10=28, que sí es múltiplo de 7, por tanto 3976 también.

No es un criterio difícil y, en general no es largo. Por tanto, ¿no merece un lugar en la lista de criterios de divisibilidad? Pero hay más...

El siguiente es un método presentado por **David Wilson**. Es un grafo que no sólo dice si un número es divisible entre 7 de manera algo más rápida que con el algoritmo anterior, sino que además también da el resto de la división del número entre siete**.** Se comienza con una circunferencia que une los números del 0 al 6 con flechas negras y luego flechas blancas como aparece en la figura.



Se comienza desde el cero, y se recorre desde él tantas flechas negras como indique la primera cifra del número y después, desde donde se haya llegado, se sigue la flecha blanca-una sola vez-. Se toma la segunda cifra y se hace lo mismo pero ahora con la segunda cifra: tantas flechas negras como ella indica y, después, una blanca. Y así sucesivamente, hasta la cifra de las unidades, la última casilla a la que lleguemos indica el resto de la división entre 7. Está claro, se necesita un ejemplo: consideremos el número de teléfono de nuestro instituto: 850647. Comenzamos en 0 y recorremos 8 flechas negras, llegamos al 1 y la blanca nos lleva al tres. Desde ahí 5 negras nos llevan al 1 y la blanca, al tres. Ahora cero negras y una blanca nos llevan al 2. Seis negras nos llevan al 1 y la blanca al 3. (Nuestro número de teléfono tiene una extraña predilección por el "paseo 1 a 3"). Estamos en el 3, cuatro negras nos llevan al cero, y la blanca, al cero. Por último, 7 negras nos dejan en el cero. Así, nuestro teléfono es múltiplo de 7.

Y ahora la explicación, en realidad lo que hace el grafo anterior es la división, pero considerando sólo restos. Con notación matemática:

850647
8 mód 7 = 1
15 mód 7 = 1
10 mód 7 =3
36 mód 7 = 1
14 mód 7 =0
7 mód 7 = 0.

El operador módulo da como resultado el resto de la división entera. Por ejemplo *20mód7* da como resultado 6: el resto de la división de 20 entre 7.

Así que el lector familiarizado con la aritmética modular no tendrá dificultades en entender por qué la distribución de flechas es la que es. El método funciona porque se cumple que:

$(10 \cdot a + b) \bmod 7 = [(10 \cdot a) \bmod 7 + b] \bmod 7$

El grafo está hecho de modo que las flechas blancas apuntan a *10·n mod 7*, siendo n el número del círculo. Lo que, evidentemente, coincide con *3·n mod 7*. Con esta "regla de las flechas blancas" podemos olvidar el grafo de Wilson. Si el lector desea leer más sobre este tema puede consultar http://es.wikipedia.org/wiki/Divisibilidad

Obviamente, se podrían hacer otros grafos, igual de válidos pero probablemente menos prácticos para obtener criterios de divisibilidad para otros primos.

Existe un método para reducir el estudio de la divisibilidad por 7 de un número a la de otro de tres cifras. Se parte del 1001, que es múltiplo de 7, eso significa que 1000 es congruente con -1, módulo 7; así que basta con coger el número, separar grupos de cifras de 3 en 3, desde la derecha hacia la izquierda. Luego se suman los "bloques" impares, se suman los "bloques" pares y se restan los resultados. El número resultante será congruente con el original, módulo 7. Lo de partir el número en "bloques" es lo que hacemos con el criterio del 11, y también funciona para 13, 77, 91 y 143, ya que 1001 es igual a 7·11·13.

850647→ 850-647=203, 203=210-7. Más breve, imposible.

"Múltiplos sinceros"

Son una curiosidad que aparece en la web de Blai Figueras[1].

Ha denominado "múltiplos sinceros" a los múltiplos de un número en los que la suma de sus cifras es este mismo número. Por ejemplo 24 es "múltiplo sincero" del 6, el 144 es "múltiplo sincero" del 9, el 511 lo es del 7, etc.

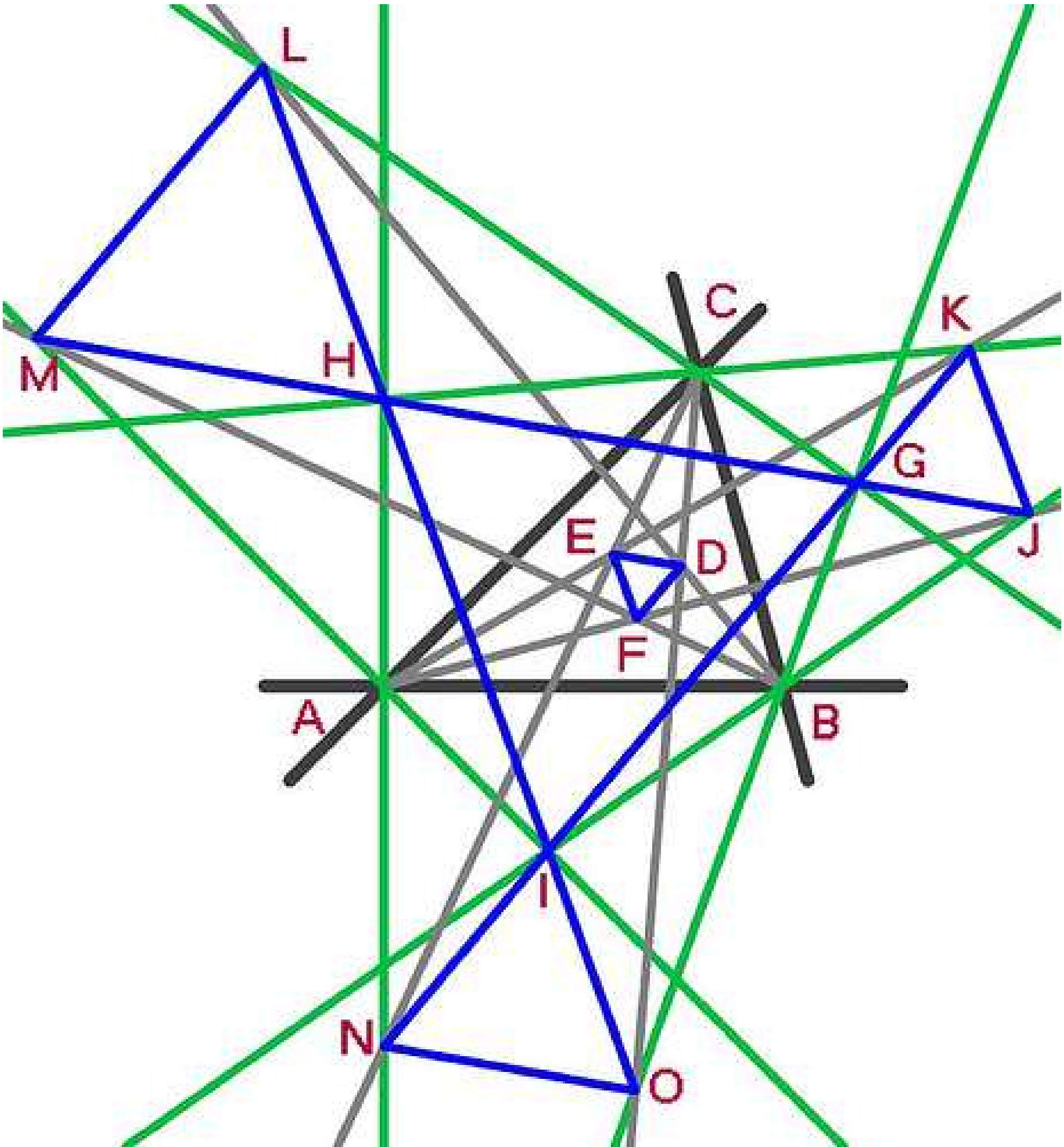
Todos los números tienen 'múltiplos sinceros', se acepta el propio número como el primer elemento de cada subconjunto.

Pero hay más, para cada número, sus múltiplos sinceros tienen una –o varias- distancias claves. Observa los de dos: {2, 20, 110, 200, 1.010, 1.100, 2.000, ...} y los de tres: {3, 12, 21, 30, 102, 111, 120, 201, 210, 300, ...}. Si saltamos al 8:{ 8, 80, 152, 224, 440, 512, 800, 1.016...} y al 11: { 209, 308, 407, 506, 605, 704, 803, 902, ...}. Los del 12 = { 48, 84, 156, 192, 228, 264, 336, 372, 408, 444, ...} Se puede observar que la distancia entre "múltiplos sinceros" es bastante constante para cada número, la más frecuente es 90 y, en todos los casos, son siempre múltiplos de 9, precisamente el número con más 'múltiplos sinceros'.

[1]http://www.xtec.es/~bfiguera/

EL TEOREMA DE MORLEY

Los puntos de intersección de los trisectores de los ángulos de cualquier triángulo ABC determinan triángulos equiláteros. Casi merece, por su belleza, ser el título de este breve artículo. Pero el mérito se lo damos a su autor. Sólo incluimos una imagen, no añadimos nada más, esperamos que el lector lo disfrute.



Frank Morley (1860-1937), fue una persona notable. Aunque pasó los últimos 50 años de su vida en Estados Unidos (la mayoría en la universidad de Johns Hopkins) nunca renunció a su nacionalidad británica. Además de ser un matemático de primera fila era un excelente jugador de ajedrez. Este teorema, comentado de manera informal por F. Morley a sus amigos de Cambridge, no se publicó hasta 20 años más tarde de su descubrimiento. Fue en la Revista Japonesa de Educación Secundaria "Journal of the Mathematical Association of Japan for the Secondary Education". (Número 6, diciembre de 1924, pp.260-262).

FACTORIALES, SUBFACTORIALES Y MULTIFACTORIALES.

El factorial de un número es un concepto que suele aparecer en las aulas de secundaria. Pero su familia es larga y sigue creciendo. Es una de las ramas de la matemática donde todos podemos hacer nuestra aportación. Tal vez la de alguno de los lectores de Materraña sea reconocida en el futuro.

Se llama factorial de un número natural n al producto de todos los números naturales desde 1 hasta n.

$$n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots (n-1)\cdot n$$

o bien:

$$n! = \prod_{k=1}^{n} k$$

Así, por ejemplo: $8!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8=40.320$.

¿Para qué sirve el factorial? Pues para contar. Si queremos saber de cuantas formas podemos ordenar en un estante los 10 tomos de una enciclopedia, resulta que es de 10! maneras, y estas son: 3.628.800.

Si las 25 personas de una clase entramos de uno en uno, ¿de cuántas formas podemos hacerlo?, es decir, ¿de cuántas maneras se pueden ordenar 25 personas? Pues de 25!, esto son 15.511.210.043.330.985.984.000.000 formas.

En matemáticas se llama a esto "permutaciones".

Se denomina permutación ordinaria o sin repetición de n elementos, a cada uno de los distintos grupos que pueden formarse de manera que:
- En cada grupo entran todos los elementos, los n.
- Un grupo se diferencia de otro únicamente en el orden de colocación de los elementos.

Está claro que si $n = 1$, entonces $1!=1$. También es cierto que si $n = 0$, $0!=1$, aunque esto sea un poco más difícil de justificar. Por eso, en principio, diremos que se acepta como bueno.

Para valores grandes de n, el valor de $n!$ puede ser tedioso de calcular. Afortunadamente existe una expresión aproximada para el factorial de n, la fórmula de Stirling:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\cdot\left(\frac{n}{e}\right)^{n}$$

Esta fórmula se la debemos a James Stirling (1692-1770), un escocés amigo de Newton. Por ejemplo, para n=6, 6! es 720 y la Fórmula se Stirling da 710. Esta fórmula es muy útil para los matemáticos, pues su cálculo con ordenador evita el cálculo mediante la definición que tiene un altísimo coste computacional.

¿Existe el factorial de un número no entero? ¿y de uno negativo?

Pues sí, para empezar diremos que el factorial de 1/2 es $\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$, y que, por tanto, haciendo uso de que $n!=n\cdot(n-1)!$:

$$\left(\frac{3}{2}\right)! = \frac{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)! = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)! = \frac{5}{2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)! = \frac{15}{8}\sqrt{\pi}$$

e incluso: $\left(\frac{1}{2}\right)! = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{-1}{2}\right)! = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$

entonces $\left(\frac{-1}{2}\right)! = \sqrt{\pi}$

¿Puede el lector averiguar cuánto es (7/2)!? ¿Y (-7/2)!?

En general, el factorial de n se generaliza para cualquier número real n mediante la Función Gamma, de manera que

$$n! = \int_0^{\infty} t^n\cdot e^{-t}dt = \Gamma(n+1)$$

La función Gamma se define para todo número complejo z con parte real positiva de la siguiente forma:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1}\cdot e^{-t}dt$$

Esta definición puede extenderse $\forall z \in \mathbb{C} - \mathbb{Z}^-$, siendo $\mathbb{Z}^-$el conjunto de los números enteros negativos.

Conozcamos algunas propiedades de Γ(z):

1. $\Gamma(1) = \int_0^{\infty}\cdot e^{-t}dt = -e^{-\infty} + e^0 = 1$. Sirva, pues, de justificación de que 0!=1.
2. $\Gamma(z+1) = z\cdot\Gamma(z)$
3. Para todo n natural: $\Gamma(n+1) = n\cdot\Gamma(n) = n!$ (consecuencia de la propiedad anterior)
4. $\Gamma(1/2) = \int_0^{\infty} t^{-1/2}\cdot e^{-t}dt \overset{(*)}{=} 2\cdot\int_0^{\infty} e^{-u^2}du = \sqrt{\pi}$

   (*)con el cambio: $t=u^2$.

5. $\Gamma(z)\cdot\Gamma\left(z+\frac{1}{2}\right)=2^{1-2z}\cdot\sqrt{\pi}\cdot\Gamma(2z)$

Pero hay más: el doble factorial.

Por ejemplo: 8!! = 2 · 4 · 6 · 8 = 384 y 9!! = 1 · 3 · 5 · 7 · 9 = 945. Así, se define

$$n!!=\begin{cases}1 & si\ n=0\ ó\ n=1\\ 2\cdot4\cdot6\cdot\ldots\cdot n & si\ n\ es\ par\\ 1\cdot3\cdot5\cdot\ldots\cdot n & si\ n\ es\ impar\end{cases}$$

La sucesión de dobles factoriales, para *n=0, 1, 2,* ... es la siguiente: 1, 1, 2, 3, 8, 15, 48, 105, 384, 945, 3840, ...

La definición anterior puede extenderse para definir el doble factorial de números negativos:

$$(a-2)!!=\frac{a\,!!}{a}$$

Así:

n	a	n!!
-1	1	1!!/1=1
-2	0	No existe
-3	-1	-1/ 1 = -1
-4	-2	No existe
-5	-3	-1 / (-3) = 1/3
-6	-4	No existe
-7	-5	-1/15

Como se ve, el doble factorial de un número par negativo no está definido.

Algunas identidades de los dobles factoriales:

1. $n!=n!!\cdot(n-1)!!$
2. $(2n)!!=2^n\cdot n!$
3. $(2n+1)!!=\dfrac{(2n+1)!}{(2n)!!}$
4. $(2n-1)!!=\dfrac{(2n-1)!}{(2n-2)!!}$
5. $\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\pi}\cdot\dfrac{(2n-1)!!}{2^n}$

Una pregunta sencilla: ¿ Es (n!!)! = (n!)!!?

El Primorial.

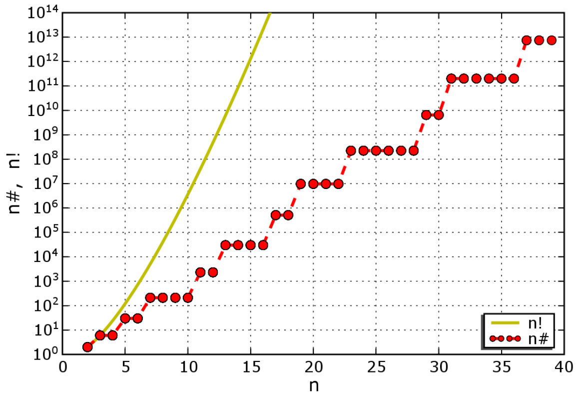
El *primorial* se define de forma similar al factorial, pero sólo se toma el producto de los números primos menores o iguales que *n*.

3# = 2·3 = 6,

5# = 6# =2·3·5 = 30,

7# = 8# =9# = 10#

13# = 2·3·5·7·11·13 = 30030.



Distribución de factoriales y primoriales.

El subfactorial.

Como se ha dicho, el factorial de un número *n* dice el número de formas en que *n* objetos se pueden ordenar. El número en que n objetos, que supongamos están numerados de *1* a *n*, se pueden ordenar sin que ningún objeto esté en su posición es el subfactorial de *n*. Suele representarse de dos formas, ninguna de ellas está generalmente aceptada: ¡n ó n¡, aunque es preferible la segunda.

El subfactorial se puede obtener del factorial mediante: $n¡=n!\sum_{k=0}^{n}\frac{(-1)^k}{k!}$

y otra: $n¡=\left\lfloor\frac{n!}{e}+\frac{1}{2}\right\rfloor$

donde $\lfloor x\rfloor$ es la función parte entera, es decir, el mayor entero que es menor que *x*. Además 0¡=1.

En principio el subfactorial puede parecer una curiosidad matemática, una abstracción sin mucho que ver con la realidad. Pero lo cierto es que existen situaciones en las que esta definición cuadra a la perfección. Como se ha dicho, el subfactorial cuenta las ordenaciones de elementos en las que ninguno de ellos ocupa la posición inicial. ¿Cuándo puede aparecer esto? Pues, por ejemplo, en el conocido amigo invisible. En él, todo el mundo ofrece un regalo a alguien con la condición de que nadie puede recibir su propio regalo. Por ello, el subfactorial cuenta el número de formas en las que pueden repartirse esos regalos. La próxima vez que el lector participe en una dinámica de este tipo, puede ofrecer como regalo un ejemplar de este boletín. Por cierto, ¿podría calcular una tabla de subfactoriales? ¿Y n!-n¡?

El número 148.349 es el único que es igual a la suma de los subfactoriales de sus cifras:

$$148.349 = !1 + !4 + !8 + !3 + !4 + !9$$

El uso de subfactoriales a veces es permitido en el juego "Cuatro cuatros", consistente en obtener como resultado cualquier número natural n pero operando sólo cuatro cuatros. El hecho que 4¡ = 9 es útil.

Superfactorial.

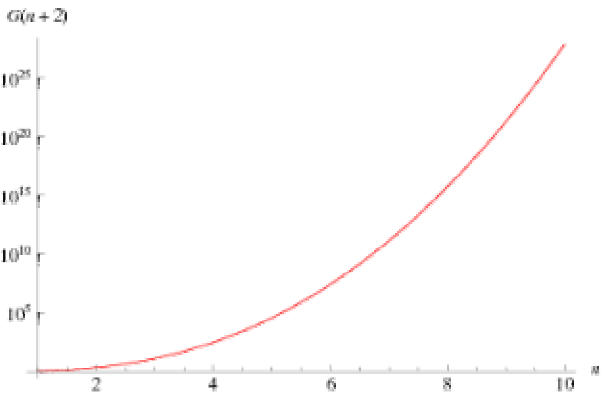
El superfactorial tiene nombre de héroe, tal vez por ello han sido muchas las personas que han inventado definiciones para él. Neil Sloane y Simon Plouffe definieron en 1995 superfactorial de *n, sf(n),* como el producto de los **n** primeros factoriales. Por ejemplo: *sf(3)=1!·2!·3!.* En general:

$$sf(n) = \prod_{k=1}^{n} k! = \prod_{k=1}^{n} k^{n-k+1} = 1^{n} \cdot 2^{n-1} \cdot 3^{n-2} \cdot \ldots \cdot (n-1)^{2} \cdot n$$

o, lo que es lo mismo: $sf(n) = \prod_{0 \le i < j \le n} (j-i)$

lo que es el determinante de una matriz de Vandermonde.

Los superfactoriales, desde *n=0,1,* ... son: 1, 1, 2, 12, 288, 34560, 24883200, ... Este superfactorial está relacionado con la Función G de Barnes mediante *sf(n)=G(n+2),* su crecimiento puede verse en este gráfico:



Por otra parte, Clifford Pickover en su libro de 1995 "*Keys to Infinity*" usa la notación *n$* para definir otro superfactorial

$$n\$ \equiv \underbrace{n!^{n!^{\cdot^{\cdot^{n!}}}}}_{n!},$$

es decir, 4$, es elevar 4! a 4!, 4!-1 veces (en total aparecen veinticuatro 4!). Con la notación de Knuth

$$n\$ = (n!) \uparrow\uparrow (n!)$$

Está claro que 1$=1, 2$=4, pero, ¿cuánto es 3$?

Hiperfactorial.

Y por superhéroes que no quede: el hiperfactorial.

$$H(n) = \prod_{k=1}^{n} k^{k} = 1^{1} \cdot 2^{2} \cdot 3^{3} \cdot \ldots \cdot (n-1)^{n-1} \cdot n^{n}$$

Para n = 1, 2, 3, 4, ... los valores $H(n)$ son 1, 4, 108, 27648,... *H(14) = 1.8474...×10^99^* que es casi igual al gúgol y $H(15) = 8.0896\ldots\times 10^{116}$ casi alcanza el número de Shannon, este es, teóricamente el número de posibles partidas de ajedrez. Comparado con el superfactorial de Pickover, el hiperfactorial crece relativamente despacio. El hiperfactorial puede generalizarse al campo complejo con la función K, equivalente a la Gamma de los factoriales.

Para acabar presentaremos los multifactoriales. La siguiente tabla recoge algunos ejemplos para n=1, 2, 3,…:

n!	1, 2, 6, 24, 120, 720, ...
n!!	1, 2, 3, 8, 15, 48, 105, ...
(n!!)!	1, 2, 3, 4, 10, 18, 28, 80, 162, 280, ...
(n!!)!!	1, 2, 3, 4, 5, 12, 21, 32, 45, 120, ...

Como se ve, se trata de unir factoriales. Así, se puede definir el "k-ésimo factorial" como

$$n!^{(k)} = \begin{cases} 1 & si\ 0 \le n < k \\ n \cdot ((n-k)!^{(k)}) & si\ n \ge k \end{cases}$$

que, como el lector puede comprobar, es una generalización del doble factorial. Así 7!!!=7·4·1 y 9!!!=9·6·3. Y $(kn)!^{(k)} = k^{n} n!$. Del mismo modo que n! no existe para enteros negativos ni n!! para enteros pares negativos, $n!^{(k)}$, no está definido para enteros negativos divisores de k. Algunos matemáticos han sugerido usar la notación $n!_{k}$ para los multifactoriales, pero su uso no se ha generalizado.

Por otro lado, en la literatura matemática existe un "cuádruple factorial" diferente del multifactorial $n!^{(4)}$; viene dado por $(2n)!/n!$, y su valor, para *n=0,1,2,* ... es 1, 2, 12, 120, 1680, 30240, 665280, ... Tal vez al lector le guste entretenerse en comprobar que $(2n)!/n! = (4n-2)!^{(4)}$

Contraportada

Tres problemas fáciles

1. True or false.

Do human beings live for as long as a million hours?

If you have been alive for a million seconds, how many birthdays have you had?

What year was it one billion minutes ago?

How long would it take to count to one million?

Suppose you were worth your weight in 1€ coins. How much would you be worth?

Are one hundred thousand buses enough to fit the population of Aragon into them?

Could you run one thousand metres in one minute?

Could you eat exactly one tonne of food in a year without getting either very thin or very fat?

Could you walk as much as one hundred thousand miles during your lifetime?

Could one thousand drink cans fit into one cubic metre?

2. Poner en cada casilla los números del 1 al 8, con la condición de que la diferencia entre dos números vecinos no sea menor que 4.

3. Imagina que tienes estas piezas de madera:

2 0 1 0

¿Cuántos números diferentes puedes hacer? Piensa que pueden ser de una, dos, tres o cuatro cifras.

Recuerda nuestras direcciones:
materranya@yahoo.es
http://www.catedu.es/materranya
http://materranya.iespana.es

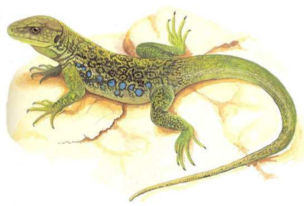
Tres problemas menos fáciles

1. Observa el siguiente número:

71316435724625

Tiene dos unos, dos doses, dos treses, dos cuatros, dos cincos, dos seises y dos sietes. Entre los dos unos hay un número. Entre los dos doses hay dos números. Entre los dos treses hay tres. Entre los dos cuatros hay cuatro y así hasta que entre los dos sietes hay siete números. Hay 26 posibilidades de colocarlos de esta manera (sin contar su forma especular). ¿Puedes encontrar alguna? Y si no te atreves, mira: 312132, es lo mismo pero con los números del 1 al 3. ¿Puedes intentar lo mismo con números del 1 al 4? (Sólo hay una manera de hacerlo).

.**2.** La oruga piensa que tanto ella como el lagarto están locos. Si lo que cree el cuerdo es siempre cierto y lo que cree el loco es siempre falso, ¿el lagarto está cuerdo?

3. Seguro que conoces la leyenda de Ariadna, aquí proponemos una variante matemática: Ariadna parte del número 2. Después reemplaza el 2 por el 210, y después cada 2 por 210, cada 1 por 20 y cada 0 por 1. Obteniendo así la sucesión:

2;
210;
210201;
210201210120;
210201210120210201202101; …..

¿Puedes decir en qué iteración su número tiene más de 2011 cifras? Y como este es un problema un poco difícil, ¿Qué cifras hay a partir de la 2011º? Indica 10 de ellas.