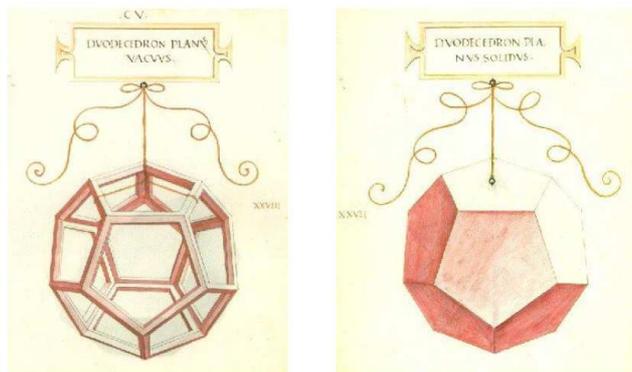
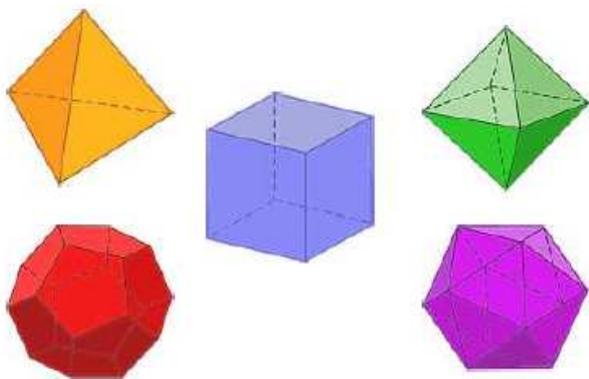


## LOS SÓLIDOS PERFECTOS



Por sólido entendemos poliedro, es decir, una figura tridimensional cuyas caras son polígonos. Hay 5 sólidos platónicos: el tetraedro, el hexaedro, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro.



Fueron estudiados y descritos por los geómetras y matemáticos griegos: Euclides, Pitágoras y otros, que los consideraban perfectos.

Son “perfectos” porque, en cada uno de ellos, todas sus caras son polígonos regulares, y, por tanto, son iguales sus aristas y sus ángulos.

Platón fue un filósofo griego que afirmaba que nuestro mundo imperfecto era en realidad el reflejo de un mundo ideal donde todo era perfecto. Por eso a estos cinco poliedros los llaman “sólidos platónicos”.

Los pitagóricos creían que son figuras místicas que contienen la clave para entender el universo. En toda la variedad de poliedros que existen, sólo son posibles cinco regulares. ¿Saben por qué?

Un poliedro es un cuerpo tridimensional. Para formar un vértice sólido se necesitan al menos tres polígonos, pero la suma de sus ángulos debe ser menor que  $360^\circ$  para que no formen un plano.

Tomemos caras triangulares, sus ángulos miden  $60^\circ$ . Tres caras se unen en un vértice para el tetraedro, cuatro para el octaedro y cinco para el icosaedro. Pero con 6 el ángulo sería de  $360^\circ$  y formarían un plano.

También por eso no hay ningún sólido platónico con caras hexagonales, cuando se juntan 3 hexágonos se forma un plano.

Pero sí podemos hacer un poliedro regular con pentágonos, el dodecaedro.

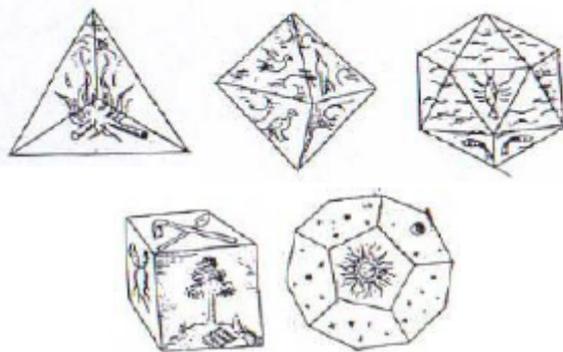
Y con los cuadrados del cubo pasa lo mismo: Tres concurren en un vértice, pero con cuatro tenemos un plano.

El origen de los sólidos platónicos como elemento para ser estudiado por las matemáticas se halla sin duda, en la antigua Grecia.

Es evidente que no había ninguna comprensión matemática de estos objetos, pero ya tenían identificados exactamente los cinco sólidos. Es probable que tampoco se preguntasen si había más sólidos o, en todo caso, era algo que no les preocupaba lo suficiente como para estudiarlo a conciencia.

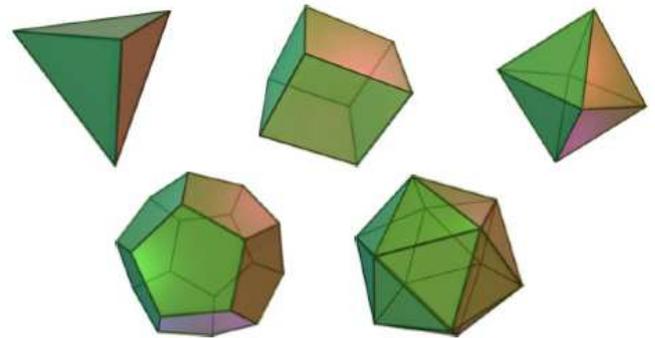
En esa época, más o menos, se construyen las pirámides en Egipto. No tienen forma de tetraedro, pues la base es cuadrada; las pirámides presentan la forma de octaedros cortados por la mitad. El hecho aislado de que se utilice esta forma para la construcción de un edificio no es especialmente relevante, pues no hay indicios de que los egipcios utilizaran otros sólidos platónicos, pero sí es importante ver cómo empiezan a aparecer en la historia casi al mismo tiempo estos objetos matemáticos y cómo algunas civilizaciones les dan tanta importancia.

En la antigua Grecia surgen personas interesadas en cultivar un saber *verdadero* y nace así, aproximadamente en el 530 a.C. la primera escuela matemática de la historia, la escuela pitagórica, fundada por Pitágoras de Samos. Los pitagóricos veían en los resultados matemáticos una especie de verdad trascendental, y por eso se dedicaron al estudio de ellos. Aristóteles dijo que “*suponían que los elementos de los números eran la esencia de todas las cosas, y que los cielos eran armonía y número*”. Y fueron estos cinco poliedros uno de los problemas que más les inquietó y fascinó, y sobre todo el dodecaedro al que atribuían una especial relación con el cosmos. Se planteaban por qué eran en concreto cinco poliedros, ni más ni menos. Por primera vez llamaron a estos cinco objetos con un nombre distintivo, los *sólidos pitagóricos*. Se cree que fue Empédocles (480 – 430 a.C.) quien por primera vez asoció el cubo, el tetraedro, el icosaedro y el octaedro a la tierra, el fuego, el agua y el aire respectivamente. Platón (447 – 347 a.C.) relacionó posteriormente el dodecaedro con la *sustancia de la que estaban compuestas las estrellas*, ya que por aquellos tiempos se pensaba que ésta habría de ser diferente a cualquiera de las de la Tierra. En su diálogo Timeo, Platón pone en boca de Timeo de Locri estas palabras: “*El fuego está formado por tetraedros; el aire, de octaedros; el agua, de icosaedros; la tierra de cubos; y como aún es posible una quinta forma, Dios ha utilizado ésta, el dodecaedro pentagonal, para que sirva de límite al mundo*”. Desde entonces los sólidos pitagóricos pasaron a llamarse sólidos platónicos, nombre que conservan en la actualidad.



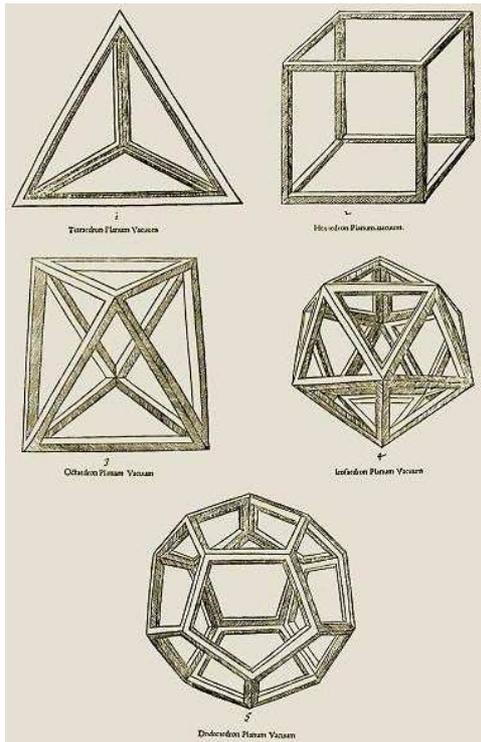
Sin embargo, quién verdaderamente formaliza, y consagra los sólidos platónicos como elementos matemáticos y realiza construcciones de los mismos, inscribiéndolos en la esfera, es Euclides de Alejandría, quien en su libro en su libro los *Elementos* demuestra un total entendimiento de las figuras. En torno al 300 a.C. Euclides escribe

esta obra en la que pretende recoger todos los saberes sobre matemáticas conocidos hasta su tiempo, además de añadir resultados de su propio trabajo. Se divide en 13 libros en los que trata figuras, áreas, volúmenes, ángulos y todo tipo de construcciones, siempre acompañadas de demostraciones. El libro aporta proposiciones fundamentales, orientadas al colofón final de los *Elementos*: poder construir en el libro XIII estos 5 poliedros regulares inscribiéndolos en una esfera, además de argumentar por fin, porque existen 5 sólidos platónicos en total. Desde la proposición 13 a la 17 describe como construirlos, y en la proposición número 18, compara los lados de los poliedros. El lenguaje que utiliza para realizar estas construcciones es totalmente matemático. Llama a los vértices con letras A, B, C... y a las rectas que los unen con la unión de las dos letras AB, BC, CA... Las demostraciones que realiza son muy farragosas, pues no utiliza ninguna ecuación, describe todo con palabras, sigue los pasos rigurosamente y se basa en las proposiciones anteriores del libro. Así pues, se llega en los *Elementos* a una formalización de los sólidos platónicos que quedan introducidos en el mundo de las matemáticas de forma definitiva.



Hemos hablado ya bastante sobre los sólidos platónicos y podemos identificarlos perfectamente, pero aún no tenemos una definición precisa de lo que es un sólido platónico. Existen características comunes, como que cada uno de los sólidos solo tiene un tipo de polígono como cara, que todas están dispuestas “uniformemente”... Así pues, de entre todos los poliedros que se puedan imaginar, se dice, por definición, que un sólido platónico es un *poliedro regular*. El nombre por lo pronto hace honor a la idea que tenemos de un sólido platónico. Para entender de manera exacta qué es la *regularidad* en el espacio recordemos la definición en el plano. En dos dimensiones los polígonos son regulares si todos sus ángulos son

iguales entre sí y todos sus lados son también iguales entre sí. El equivalente a esta segunda condición en el espacio sería que todas las caras del poliedro regular sean iguales entre sí. Además, en el plano todos los polígonos regulares son convexos, propiedad que debemos imponer en tres dimensiones, ya que en principio un poliedro podría no ser no convexo. Pero esto no es suficiente para nuestra idea de regularidad, no es muy difícil imaginar un poliedro convexo formado exclusivamente a base de romboides, y es improbable que alguien pudiera considerarlo regular.



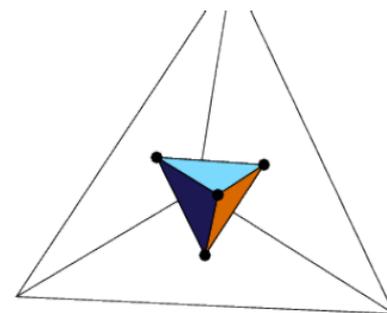
Así pues necesitamos una condición un poco más fuerte, imponemos que los polígonos además de iguales entre sí, sean regulares. En cuanto a la condición sobre la regularidad de los vértices, encontramos que en los poliedros no existe una definición natural de ángulo. La idea intuitiva es que todos los vértices han de ser iguales. Esto se cumple cuando cada vértice está rodeado por las mismas caras, ordenadas de la misma manera. Ni que decir tiene que esto se cumple en los sólidos platónicos, pues todas las caras son iguales. Si un poliedro tiene todos sus vértices iguales entre sí se dice que es de *vértices uniformes*. Formalmente se define también un poliedro de vértices uniformes como aquel que para cada par de vértices existe una simetría del poliedro que transforma el uno en el otro isométricamente. Sabiendo ya cómo identificar si dos vértices son iguales, podemos llegar a la definición final. Un poliedro regular es todo

aquel poliedro convexo cuyas caras son polígonos regulares iguales entre sí, y cuyos vértices son iguales.

Los sólidos platónicos presentan múltiples simetrías. De hecho, tienen todos los tipos de simetrías que existen en el espacio, es decir, respecto a un punto, respecto a un eje y respecto a un plano.

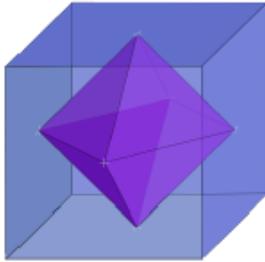
- Simetría puntual: Para cada uno de los 5 sólidos existe un punto, que es siempre el punto central del poliedro que es el centro de simetría en la simetría puntual.
- Simetría axial: Todos los sólidos tienen además varios ejes de simetría. Para cada poliedro la cantidad varía; pero en todos ellos el eje de simetría pasa por el centro de simetría.
- Simetría de plano: De nuevo todos los sólidos platónicos presentan simetrías respecto a planos, en las que los planos de simetría contienen al centro de simetría, y a combinaciones de los ejes de simetría.

Es demasiado complicado explicar cada simetría explícitamente para cada poliedro, pero sí hay que destacar que estas simetrías pueden ser clasificadas como grupos algebraicos. El grupo formado por las simetrías del tetraedro se llama Grupo de simetría del tetraedro= $T_d$ . El grupo tiene orden 24 lo que quiere decir que existen 24 simetrías diferentes para el tetraedro, de las cuales 6 son simetrías de plano. El grupo formado por las simetrías del cubo es el mismo que el grupo del octaedro y se llama Grupo de simetría del octaedro= $O_h$ . Este grupo es de orden 48, y de estas simetrías, 9 son simetrías de plano. También el dodecaedro e icosaedro tienen las mismas simetrías, es decir comparten grupo de simetrías; el Grupo de simetría del icosaedro= $I_h$ . Este grupo tiene 120 de las cuales, 15 son simetrías respecto a un plano.

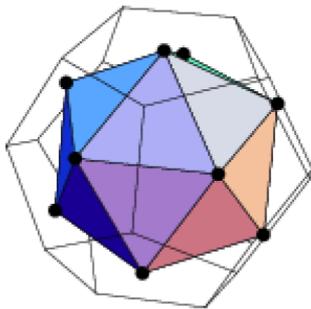


Otro concepto interesante es el de dualidad. Se define el poliedro  $P_d$  dual a un poliedro dado  $P_0$  como el poliedro resultante de tomar los centros

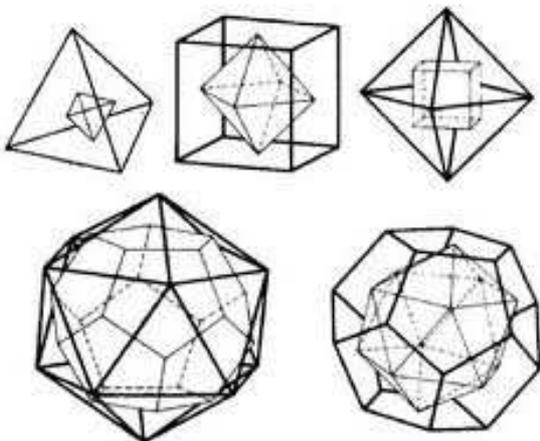
de las caras del poliedro  $P_0$  y tomarlos como vértices de nuestro nuevo poliedro  $P_d$ . El poliedro dual de un poliedro dual es el inicial;  $(P_d)_d = P_0$ . Así pues se establece una reciprocidad entre las caras del poliedro y los vértices de su dual, y los vértices del inicial y las caras del dual. Los sólidos platónicos están también muy relacionados entre sí en cuanto a la dualidad.



El tetraedro regular tiene 4 caras, lo que nos indica que su dual ha de tener 4 vértices. Si nos fijamos bien, el propio tetraedro tiene 4 vértices y si construimos su dual resulta ser el propio tetraedro. A este tipo de poliedros cuyo dual es el mismo, se les llama autoduales.

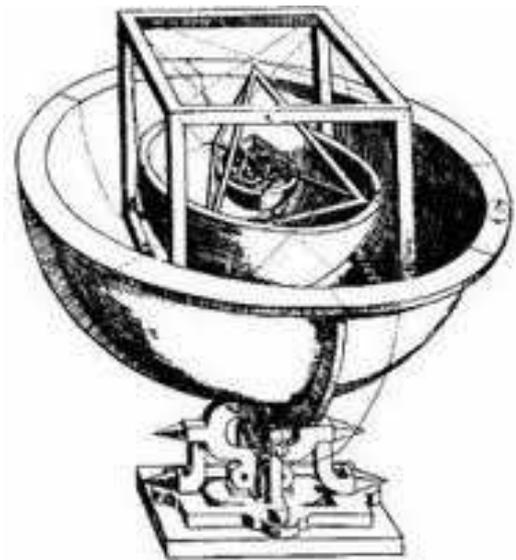


El cubo y el octaedro son por su parte duales entre sí. Efectivamente el número de caras de uno es el de vértices del otro, y viceversa, como se puede comprobar en la ilustración. Esta es la razón por la que ambos compartían el mismo grupo de simetría, cada simetría que se puede hacer con las caras de uno, las se puede hacer con los vértices del otro.



También son duales el dodecaedro y el icosaedro, el primero con 12 caras y 20 vértices y el segundo con 20 caras y 12 vértices. De nuevo, como recordaremos, ambos tienen el mismo grupo de simetría.

La existencia de sólo cinco sólidos perfectos tuvo consecuencias posteriores. Como se verá en el siguiente artículo de este boletín. Como se ha mencionado, la propiedad de regularidad de estos, hace que se puedan circunscribir por esferas cada uno de ellos y, también, se les puedan inscribir esferas dentro. Todo ello, junto con el hecho de que hasta el siglo XIX sólo se conocían seis planetas, llevó a pensar que el Sistema Solar eran los planetas moviéndose sobre seis esferas concéntricas, encajadas entre sí, inscritas y circunscritas a los sólidos perfectos.



Para Kepler la esfera de Saturno contiene un cubo en el que se inscribe la de Júpiter; a su vez, Júpiter circunscribe un tetraedro, seguido por la esfera de Marte. Ésta circunscribe un dodecaedro al que le sigue la esfera de la Tierra y la Luna. Siguiendo esta idea tocaba el turno del icosaedro para Venus, luego a una esfera que circunscribía al octaedro que abrazaba la esfera de Mercurio. Como las órbitas no eran círculos centrados en el Sol, sino en un punto excéntrico, a cada esfera le asignó un grosor que daba cuenta de las diferencias entre afelio y perihelio.

## NEPTUNO CUMPLE UN AÑO

*El 12 de julio de 2011 Neptuno celebró su primer cumpleaños, porque ha pasado exactamente un año neptuniano, o 164'79 años terrestres, desde su descubrimiento en 1846. Los planetas visibles a simple vista son cinco: Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno, junto con La Tierra son conocidos desde la antigüedad ¿Cómo se le ocurrió a alguien pensar que habría más planetas en el Sistema Solar?*

La cuestión de la cantidad de planetas fue “resuelta” por Johann Kepler (1571-1630) En su libro publicado en 1596 llamado “Misterio cósmico” expone que el Sistema Solar, contaba con seis planetas porque de esa forma, los sólidos perfectos, que son cinco, encajaban entre las órbitas de los planetas.

Como Kepler era un matemático de enorme reputación en Europa nadie se atrevió a cuestionar sus ideas. Pero en 1781 el astrónomo inglés Sir William Herschel descubrió un nuevo planeta, mucho mayor que la Tierra y a una gran distancia del Sol: se trataba de Urano, un gigante gaseoso. Herschel procedió con cautela anunciando que había descubierto un nuevo “cometa”, hasta que la observación día tras día hizo evidente que este nuevo objeto presentaba un disco claramente definido y su movimiento era muy lento para tratarse de un cometa. Herschel había descubierto un nuevo planeta, ¿qué impediría a otros astrónomos descubrir más?

Tras el descubrimiento de Urano, los astrónomos intentaron determinar con precisión los parámetros de su órbita elíptica. En 1821, el astrónomo francés Alexis Bouvard (1767 – 1843) estudiando las posiciones calculadas para Urano y las posiciones observadas en la práctica, apreció que el movimiento real del planeta se desviaba considerablemente de la órbita predicha por la teoría de la gravitación de Newton. Como esta teoría se encontraba muy firmemente establecida, se dedujo que el movimiento anómalo de Urano sólo podía deberse a las perturbaciones ejercidas por otro planeta desconocido más lejano.

En el Observatorio de París, Urbain Jean Joseph Le Verrier (1811-1877), continuador de la tradición francesa en “mecánica celeste”, se encontraba siguiendo los pasos de Laplace estudiando la estabilidad del sistema solar, cuando, en 1845, François Arago, el director del observatorio, le planteó el problema de la órbita de Urano. Le Verrier no le hizo esperar: en junio

de 1846, a partir de laboriosos cálculos, predijo una posición para el nuevo planeta.



*Urban Le Verrier*

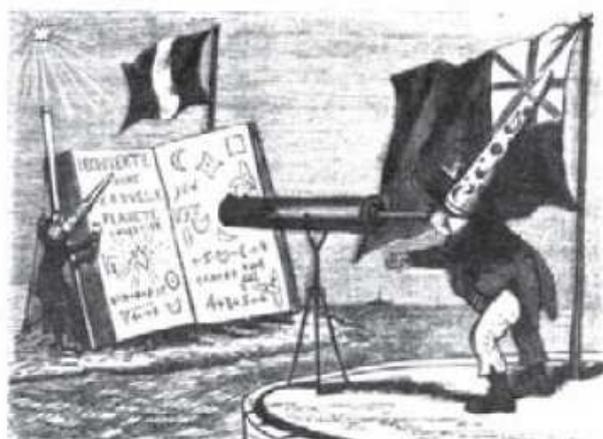
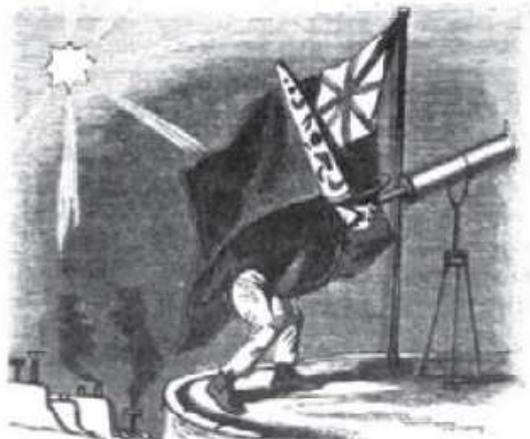
Simultáneamente, en Cambridge, otro joven y brillante matemático, John Couch Adams (1819-1892), sin conocer el trabajo de Le Verrier, llevaba tiempo trabajando en el mismo problema. En 1843, Adams ya había calculado una posición para el planeta desconocido, pero no precisó unos primeros resultados hasta septiembre de 1845. Adams intentó comunicar su resultado al Astrónomo Real, Georg Biddell Airy, pero por una serie de circunstancias adversas no llegó a entrevistarse con él personalmente y tan sólo pudo dejarle un escrito.



*John Couch Adams*

Entre tanto, un artículo con las predicciones de Le Verrier llegó a manos de Airy, quien se dio cuenta de la importancia del asunto, pero consideró que la búsqueda del planeta desconocido no era un trabajo adecuado para el Real Observatorio de Greenwich y sugirió a

Challis –profesor de Adams- que realizase la búsqueda en Cambridge. Sin embargo, allí no poseían mapas estelares de la zona en la que debían buscar y Challis se tomó el trabajo con calma, desconocedor de la competencia entre Adams y Le Verrier.



*En este dibujo satírico francés Adams a Neptuno en la dirección opuesta a donde esta y, posteriormente, lo halla en un libro de Le Verrier, que sí apunta correctamente su telescopio al astro.*

Finalmente Le Verrier pasó sus predicciones a un astrónomo del observatorio de Berlín, Johann Galle (1812-1910), quien utilizando un telescopio refractor localizó el planeta exactamente en la posición predicha por Le Verrier. El descubrimiento se realizó la primera noche que Galle lo intentó: el 23 de septiembre de 1846. Debido al color azul verdoso que presentaba el planeta, Galle lo bautizó con el nombre del dios del mar: Neptuno.

veces más altas que la Tierra. Ambos planetas tienen núcleos rocosos sobre los que se extiende una masa de agua caliente que soporta, a su vez, una densa atmósfera compuesta principalmente por hidrógeno y metano. Urano y Neptuno forman junto a Júpiter y Saturno el grupo de cuatro planetas exteriores, gigantes y gaseosos. Un grupo muy diferente del grupo interior de los cuatro planetas pequeños y rocosos (Mercurio, Venus, la Tierra y Marte).

Los descubrimientos de Urano (Herschel, 1781) y del asteroide Ceres (Piazzi, 1801) habían sido “accidentales”, se realizaron cuando sus descubridores estaban realizando observaciones de estrellas que no iban encaminadas a la búsqueda de ningún planeta. Sin embargo, el descubrimiento de Neptuno tuvo una naturaleza muy diferente, pues fue una de las primeras veces que se realizó un descubrimiento siguiendo las predicciones de cálculos matemáticos. Como le gustaba decir a Arago, Le Verrier había sido “el hombre que descubrió un planeta con un lápiz”.

### Neptuno: el último planeta

Tras el descubrimiento de Neptuno, se desencadenó la carrera por buscar nuevos planetas. El banquero y astrónomo Percival Lowell (1855-1916) se empeñó en buscar un planeta aún más lejano, el “Planeta X”. Para ello construyó un magnífico observatorio en Arizona que ya utilizaba técnicas fotográficas. Tras la muerte de Lowell, pero en su observatorio, un astrónomo aficionado, Clyde Tombaugh (1906-1997) descubrió el “Planeta X”: Plutón, el 18 de febrero de 1930. Pero la historia de Plutón es triste y la guardamos para el próximo Materraña. Plutón, con un diámetro de tan sólo 2300 Km., está acompañado por un “satélite”, Caronte, de 1200 Km. de diámetro. Se trata, pues, de objetos mucho menores que los 8 planetas “clásicos”.

### Gigantes gaseosos

Neptuno es un planeta muy similar a Urano. Ambos son gigantes gaseosos con diámetros unas cuatro veces el de la Tierra, y, por tanto, de volumen unas 64 veces mayor. Las masas de Urano y Neptuno son, respectivamente, 15 y 17

A finales de los años 80 del pasado siglo, la instrumentación era suficientemente potente

como para descubrir otros cuerpos más lejanos que resultaron ser similares a Plutón: Eris, Makemake, Haumea, etc. Para todos estos cuerpos menores del Sistema Solar, la Unión Astronómica Internacional acuñó el término “planeta enano” en el año 2006. Degradando a Plutón de la categoría de planeta a la de “planeta enano”, e incluyendo en esa misma categoría a Ceres, se trataba de poner orden en la clasificación de los numerosos objetos del sistema solar. Así sólo ocho cuerpos del sistema solar merecen hoy la designación de planetas.



*Fotografía de Neptuno tomada por el telescopio espacial Hubble el día de su cumpleaños.*

### Curiosidades

En las semanas que siguieron al descubrimiento de Neptuno, se desencadenó una agria polémica entre Francia e Inglaterra sobre la paternidad del mismo. En ella Adams siempre se comportó como un auténtico caballero reconociendo los méritos de Le Verrier, mientras que este último se comportó de modo un tanto arrogante. Hoy se considera igualmente meritorios del éxito del descubrimiento de Neptuno a Adams y a Le Verrier, junto a Galle. Pero este no es un tema acabado, cada cierto tiempo aparece un nuevo documento que pasa la primacía del descubrimiento de Adams a Le Verrier y después otro documento que la invierte.

Estimulado por el éxito logrado con Neptuno, Le Verrier intentó explicar las anomalías del movimiento de Mercurio mediante la existencia de un hipotético planeta “intramercurial” al que se denominó Vulcano. Tal planeta nunca se encontró. Las anomalías del movimiento de Mercurio se explicarían, ya en el siglo XX, mediante un efecto de la Teoría de la Relatividad General de Einstein, con lo que la existencia del hipotético Vulcano quedó descartada.

En diciembre de 1612, Galileo Galilei fue el primero en observar a Neptuno, lo hizo una noche mientras “vigilaba” a Júpiter. Pero su conclusión fue que se trataba de una gran estrella. Y lo catalogó de esa manera para seguir con su la investigación. Así fue como se perdió la oportunidad de haber sido el responsable de su descubrimiento.

Neptuno, debido a que su eje de rotación está inclinado respecto al plano de su órbita unos 29°, cuenta con las mismas estaciones (invierno, primavera, verano y otoño) que la Tierra, aunque cada estación de Neptuno dura unos 40 años.

Una vez que se descubrió Neptuno, el astrónomo William Lassell sólo tardó diecisiete días en encontrarle una luna, Tritón. Ninguna de sus otras 12 lunas fue hallada hasta el siglo XX. Tritón tiene un diámetro de 2.700 Km. y gira a 355.000 Km. de Neptuno en poco menos de 6 días. Dos características lo hacen especial: es el único satélite grande que gira en dirección contraria a la rotación de su planeta y es el objeto del Sistema Solar donde se ha medido la temperatura media más fría, 235 °C bajo cero. Algunas zonas de Neptuno llegan a 260°C bajo cero.

En 1801, antes del descubrimiento de Neptuno y Plutón, el astrónomo italiano Giuseppe Piáis descubrió un cuerpo entre Marte y Júpiter.

Este cuerpo, que se llama Ceres, fue identificado originalmente como un planeta. Pero es un cuerpo mucho más pequeño que los otros planetas (con un radio de 475 km), así que fue recalificado como asteroide.



*Las lunas de Urano.*

## LA MÚSICA DE LAS ESFERAS

Entre las amplias investigaciones matemáticas realizadas por los pitagóricos se encuentran sus estudios de los números. Este concepto llegó a ser para ellos el principio crucial de toda proporción, orden y armonía en el universo.



*Dos representaciones de Pitágoras*

La astronomía de los pitagóricos marcó un importante avance en el pensamiento científico clásico. Por ejemplo, fueron los primeros en considerar la Tierra como un globo que gira junto a otros planetas alrededor de un fuego central.

Para los pitagóricos la esencia de la realidad se expresa a través de números. Los números eran el medio para percibir lo que de otra forma podría permanecer inalcanzable para el intelecto y para los sentidos. A Pitágoras se le ha atribuido el descubrimiento de las proporciones de los principales intervalos de la escala musical. Según cuenta una leyenda –de poca fiabilidad–, al pasar ante el taller de un herrero y escuchar los martillos produciendo diferentes notas, algunas de ellas agradables al oído, se habría dado cuenta que los intervalos entre las notas que producían los martillos correspondían a lo que en música se conoce como una cuarta, una quinta y una octava.

Para sus seguidores, las distancias entre los planetas –que se movían sobre esferas– tenían las mismas proporciones que existían entre los sonidos de la escala musical. Cada esfera producía el sonido que un proyectil hace al cortar el aire. Las esferas más cercanas daban tonos graves, mientras que las más alejadas daban tonos agudos. Todos estos sonidos se combinaban en una hermosa armonía: la música de las esferas.

Para Platón, el mundo era concebido como un gran animal dotado de un alma propia. En el diálogo *Timeo* afirma que el alma del mundo se había hecho de acuerdo a las proporciones musicales descubiertas por Pitágoras. No todos los pensadores de la antigüedad creyeron en la música de las esferas; Aristóteles, por ejemplo, se mostraba muy escéptico. Sin embargo, la creencia en algunas religiones de la existencia de ángeles en el universo junto con la música de las esferas dio origen a lo que se conoció como "música celeste".

Esta tradición que consideraba al Universo como un gran instrumento musical se prolonga durante la Edad Media y hasta el siglo XVII. Dejaron constancia de estos hechos autores como Kircher, que hablaba de "la gran música del mundo", u otros como Fludd, que concebía un Universo monocorde en el que los diez registros melódicos evocados por los pitagóricos traducían la armonía de la creación.

Kepler postuló que las velocidades angulares de cada planeta producían sonidos, tanto más agudo cuanto más rápido es su movimiento, por lo que existen intervalos musicales bien definidos que están asociados a los diferentes planetas. Asumida esta creencia escribió seis melodías: cada una correspondía a un planeta diferente. Representó la velocidad angular de cada planeta en un pentagrama musical; la nota más baja correspondía al caso más alejado del sol y la más alta al más cercano, y la relación entre los pares de velocidades angulares es muy cercana a la que define estos intervalos musicales. Al combinarse, estas melodías podían producir cuatro acordes distintos, siendo uno de ellos el acorde producido en el momento de la creación del universo y otro el que marcaría el momento del fin del universo.

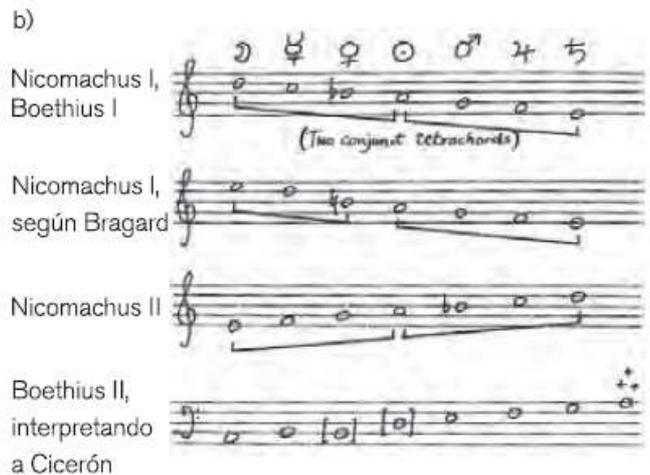
Lo que Kepler no podía imaginar es cómo se desarrollarían algunos acontecimientos posteriores. A finales del XIX, los físicos descubren que los rayos de emisión que se producen de una des-excitación del átomo se expresan mediante una fórmula única compuesta de números enteros, similares a los intervalos musicales pitagóricos.

Además, en el siglo XX el satélite TRACE (Transition Region and Coronal Explorer) de la NASA confirmar y refuerza sus teorías. Aunque éstas se basaban en la noción de armonía universal, se ha descubierto que la atmósfera del sol emite realmente sonidos ultrasónicos e interpreta un melodía formada por ondas que son unas 300 veces mas graves que los tonos que pueda captar el oído humano.

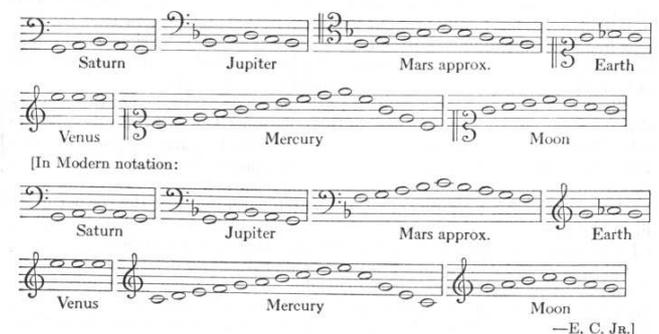
En las últimas décadas una teoría física está revolucionando el pensamiento científico. Según esta nueva visión, los constituyentes últimos o “más elementales” del universo, serían microscópicas “cuerdas” idénticas, y la única manera de construir cosas con ellas sería “cortarlas y unir las por sus extremos”. Sorprendentemente, este esquema tan simple permite explicar y comprender en profundidad una gran cantidad de fenómenos, desde las interacciones nucleares hasta la gravedad.

Este escenario plantea la siguiente pregunta: si nos hemos convencido de que el mundo está hecho de un enorme zoológico de partículas elementales diferentes, ¿Cómo podríamos construir las con un solo tipo de cuerdas? La respuesta es tan simple como sugestiva: cada tipo de partícula elemental no sería más que cuerdas idénticas a las otras, pero vibrando en un tono diferente. De este modo cada “nota” corresponde a una de las especies de partículas que constituyen el mundo, desde los electrones y quarks, pasando por los fotones que constituyen la luz, hasta los gravitones que guían el movimiento de la Vía Láctea. De este modo, la idea Pitagórica de Música de las Esferas parece haber retornado de manera inesperada.

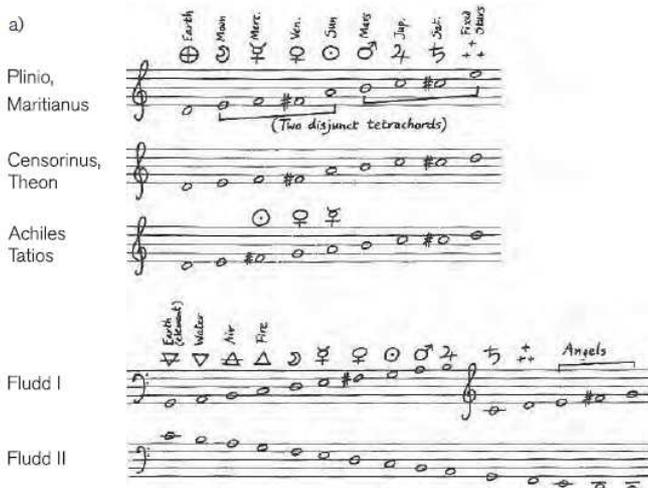
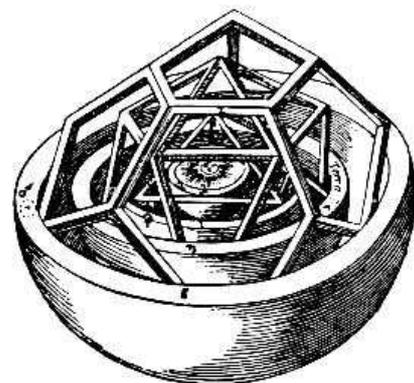
ello es la imagen anterior, donde se ilustran “escalas” planetarias propuestas por autores que van desde Plinio (23-79 d.C.) hasta Robert Fludd (1574-1637). En ella se puede apreciar que en las dos escalas más modernas se han agregado notas a lo largo de la cuerda de un monocordio que representa las esferas de los cuatro elementos sublunares y las de las inteligencias angelicales, ángeles, arcángeles, serafines y querubines.



La figura anterior representa otras escalas planetarias en las que las notas dependen de la velocidad del planeta. Las dos imágenes se recogen en Harmonies of Heaven and Earth, de Joscelyn Godwin.



Afinidad musical de los movimientos de los planetas (Kepler)

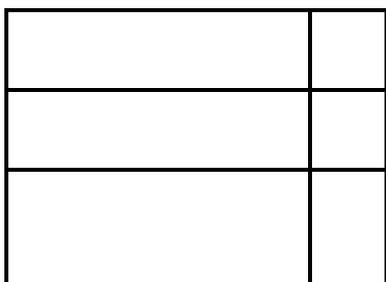


En el esfuerzo por dotar de racionalidad a los cielos basado en un sistema de música terrenal destaca el antes mencionado R. Fludd. Muestra de

# Contraportada

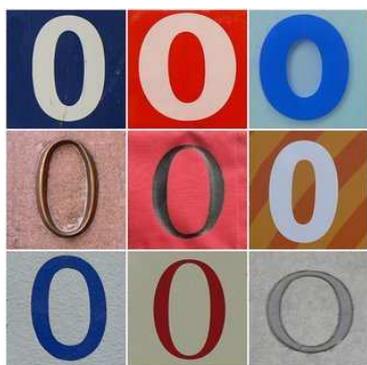
## Tres problemas fáciles.

1. ¿Cuántos rectángulos hay en esta figura?



2. Ana, Berta, Carlos, Daniel y Enrique extraen boletos de una urna en busca de un premio. En la urna hay 12 papeletas numeradas del 1 al 12. Cada uno extrae dos papeletas –que no se devuelven a la urna-. A nosotros sólo nos dicen lo que suman sus números. Ana dice que 11, Berta que 4, Carlos que 16, Daniel que 7 y Enrique que 19. ¿Qué ha sacado cada uno?  
4y7, 1y3, 6y10, 2y5, 8y11.

3. ¿Con cuántos ceros acaba el resultado obtenido al multiplicar todos los números desde el 50 hasta el 100, incluidos ambos?



## Y cuatro no tan fáciles.

1. Cada mes cambiamos la combinación de la caja fuerte donde guardamos los próximos artículos de “Materraña”, las diez últimas han sido estas:

07344 – 14098 – 27356 – 36429 – 45374  
52207 – 63822 – 70558 – 85237 – 97665

como se ve, tienen cinco cifras. El responsable de la caja nos ha dicho que la ha vuelto a cambiar, de modo que la nueva combinación comparte con cada una de las anteriores una cifra –sólo una- en la misma posición. (Puede compartir cifras en otras posiciones). ¿Puedes ayudarnos a encontrar la nueva combinación?, si no, no habrá próximo número de “Materraña”.

2. Soy un número entero de tres cifras, si me sumas el número que me precede y el que me sigue obtendrás un cuadrado perfecto. Si me sumas con los dos que me preceden y los dos que me siguen obtendrás un cubo. ¿Quién soy?

3. Ángel tiene cuatro veces la edad de su nieto Andrés. Si se invierte el orden de las cifras de ambos, la nueva edad del nieto es el triple que la nueva del abuelo. ¿Qué edad tienen cada uno?

4. Hemos inventado los números contrarios: 16 y 61 lo son, 345 y 543 también. Encuentra un número de cuatro cifras cuyo contrario sea su cuádruplo. También puedes buscar otro cuyo contrario sea el triple, el doble,...

Recuerde nuestras direcciones:

[materranya@yahoo.es](mailto:materranya@yahoo.es)

<http://www.catedu.es/materranya>